

Μάρω Κ. Παπαθανασίου  
 Δρ Μαθηματικῶν, Δρ Βυζαντινολογίας  
 Ἀναπληρώτρια καθηγήτρια  
 Τμήμα Μαθηματικῶν  
 Πανεπιστήμιον Ἀθηνῶν

Ἀπὸ τὸν κύκλο στὴν ἔλλειψη:  
 Φιλοσοφία, θεολογία καὶ ἐπιστήμη

Ἡ τετρακτὺς τῶν τεσσάρων μαθηματικῶν ἐπιστημῶν

Ἀπὸ τὸν κύκλο στὴν ἔλλειψη, δηλαδή, ἀπὸ τὶς κυκλικὲς στὶς ἔλλειπτικὲς τροχιές! Μιὰ ἀπλὴ φράση, ἡ ὁποία συνοψίζει διαχρονικῶς τὴν ἱστορία τῆς ἀστρονομίας καὶ ταυτοχρόνως παραπέμπει στὶς ποικίλες σχέσεις τῆς μὲ τὴ φιλοσοφία καὶ τὴ θεολογία. Εἶναι ἡ φύση τοῦ ἀντικειμένου ἐρεύνης —τὰ οὐράνια σώματα— ἡ ὁποία ὀδηγεῖ ἀναπόφευκτα σὲ αὐτὲς τὶς συσχετίσεις. Χιλιάδες χρόνια ὁ ἄνθρωπος παρακολουθοῦσε τὰ οὐράνια σώματα καὶ ἀφ’ ὅτου ἐφεῦρε τὴ γραφή, ἄρχισε νὰ καταγράφει τὰ «φαινόμενά» τους. Ὅμως, ἡ καταγραφή τους δὲν θὰ μπορούσε νὰ ἀξιοποιηθῆ, ἂν οἱ Ἕλληνες δὲν ἔκαναν τὸ μεγάλο βῆμα ἀπὸ τὰ ἐμπειρικὰ στὰ θεωρητικὰ μαθηματικά, ἰδιαίτερος ἀπὸ τὴν πρακτικὴ στὴ θεωρητικὴ γεωμετρία.

Ἀριθμητικὴ, γεωμετρία, σφαιρικὴ (δηλαδή, ἀστρονομία), καὶ ἀρμονικὴ (δηλαδή, μουσικὴ) —οἱ τέσσαρες μαθηματικὲς ἐπιστῆμες— ἦσαν «ἀδελφεὰ μαθήματα» κατὰ τοὺς Πυθαγορείους.<sup>1</sup> Ἡ διαφορὰ τους ἔγκειται στὴν ἠρεμία καὶ τὴν κίνηση: Ἀριθμητικὴ καὶ γεωμετρία ἐξετάζουν τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὰ μεγέθη ἐν στάσει, ἐνῶ ἀρμονικὴ καὶ σφαιρικὴ τὰ ἐξετάζουν ἀντιστοίχως ἐν κινήσει. Ἡ κοσμοθεωρία τῶν Πυθαγορείων, βασισμένη ἐξ ὀλοκλήρου στὰ μαθηματικά, ἀπετέλεσε τὴ βάση γιὰ τὴ διατύπωση ὅλων τῶν μεταγενεστέρων θεωριῶν γιὰ τὴν ἐρμηνεῖα τῶν κινήσεων τῶν πλανητῶν. Στὸ πυθαγόρειο σύστημα τοῦ κόσμου, ὅπως αὐτὸ ἀποδίδεται στὸν Φιλόλαο τὸν Κροτωνιάτη (μέσα Ε΄ αἰ. π.Χ.) στὸ κέντρο τοῦ κόσμου εἶναι τὸ πῦρ καὶ σὲ κυκλικὲς τροχιὲς περιφέρονται κατὰ σειρὰν ἀποστάσεως ἀπὸ αὐτὸ ἡ ἀντίχθων, ἡ γῆ, ἡ σελήνη, ὁ ἥλιος, οἱ πέντε (ὄρατοι διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ) πλανῆτες καὶ τέλος οἱ ἀπλανεῖς ἀστέρες.<sup>2</sup> Οἱ χρόνοι καὶ οἱ ταχύτητες περιφορᾶς τους σχετίζονται μὲ τὶς ἀποστάσεις τῶν τροχιῶν τους καὶ δημιουργοῦν μιὰ συμπαντικὴ ἀρμονία.

Τρία εἶναι τὰ σπουδαιότερα στοιχεῖα πρωτοτυπίας στο φιλολάειο σύστημα τοῦ κόσμου: Πρῶτον, ἡ ἐκτόπιση τῆς γῆς ἀπὸ τὴν κεντρικὴ θέση· δεύτερον, ἡ ὑπόθεση

<sup>1</sup>. Ἀρχύτου, Ἀρμονικός, εἰς H. Diels – W. Kranz, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, I-III, Berlin 1961, ἐδῶ II, 47 (Archytas), Fr. 1, σελ. 432,4-8: περί τε δὴ τᾶς τῶν ἄστρων ταχυτᾶτος καὶ ἐπιτολᾶν καὶ δυσίων παρέδωκαν ἀμῖν σαφῆ διάγνωσιν καὶ περὶ γαμετρίας καὶ ἀριθμῶν καὶ σφαιρικᾶς καὶ οὐχ ἦκιστα περὶ μουσικᾶς. Ταῦτα γὰρ τὰ μαθημάτα δοκοῦντι ἡμεν ἀδελφεά.

<sup>2</sup>. Ἀριστοτέλους, *Περὶ οὐρανοῦ*, 293a 17-24: Περὶ μὲν οὖν τῆς θέσεως (ἐνν. τῆς γῆς) οὐ τὴν αὐτὴν ἅπαντες ἔχουσι δόξαν, ἀλλὰ τῶν πλείστων ἐπὶ τοῦ μέσου κεῖσθαι λεγόντων, ὅσοι τὸν ὅλον οὐρανὸν πεπερασμένον εἶναί φασιν, ἐναντίως οἱ περὶ τὴν Ἰταλίαν, καλούμενοι δὲ Πυθαγόρειοι λέγουσιν· ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ μέσου πῦρ εἶναί φασι, τὴν δὲ γῆν, ἐν τῶν ἄστρων οὔσαν, κύκλῳ φερομένην περὶ τὸ μέσον νύκτα τε καὶ ἡμέραν ποιεῖν. Ἔτι δ’ ἐναντίαν ἄλλην ταύτη κατασκευάζουσι γῆν, ἣν ἀντίχθονα ὄνομα καλοῦσιν...

υπάρξεως τῆς ἀοράτου ἀντίχθονος (πιθανὸν γιὰ νὰ ἀνέλθουν στὸν ἱερὸν ἀριθμὸ δέκα οἱ οὐράνιες τροχιές)· καὶ τρίτον, ἡ ὑπόθεση κινήσεως τῶν οὐρανίων σωμάτων σὲ κυκλικές τροχιές.

Ὁ κύκλος στὸ δισδιάστατο ἐπίπεδο καὶ ἡ σφαῖρα στὸν τρισδιάστατο χῶρο ὀρίζονται ὡς ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων τὰ ὁποῖα ἰσαπέχουν ἀπὸ ἓνα σημεῖο, τὸ κέντρο (τοῦ κύκλου ἢ τῆς σφαίρας). Ἡ πλήρης ὁμοιομορφία τους πρὸς ἑαυτὰ καὶ ἡ παντελὴς ἔλλειψη ἀσυμμετρίας ἢ ἀνωμαλίας στὸ σχῆμα τους, καθιέρωσε τὸν κύκλο καὶ τὴ σφαῖρα ὡς τέλεια σχήματα. Ἦταν ὁ συνδυασμὸς τῆς ἐμπειρίας ἀπὸ τὴν παρατήρηση τῶν τροχιῶν τῶν οὐρανίων σωμάτων κατὰ τὴ φαινομένη ἡμερησία κίνηση τοῦ οὐρανοῦ, ἡ ὁποία ἐπαναλαμβάνεται διαρκῶς, μὲ τὶς ἀπαρχές τῆς θεμελιώσεως τῆς θεωρητικῆς γεωμετρίας, ὁ ὁποῖος ὀδήγησε στὴν καθιέρωση τοῦ κύκλου ὡς τοῦ σχήματος, τὸ ὁποῖο ἀνταποκρίνεται στὴν περιοδικότητα καὶ τὴν κανονικότητα τῶν κινήσεων τοῦ οὐρανοῦ. Ὅρατὰ μὲν, ἀπρόσιτα δὲ στὸν ἄνθρωπο τὰ οὐράνια σώματα θεωρήθηκαν θεῖα καὶ τέλεια. Αὐτὴ τὴν πεποίθηση ἐνίσχυαν οἱ φαινόμενες ἡμερήσιες τροχιές τους κατὰ τὸ τέλειο σχῆμα τοῦ κύκλου. Δὲν ἀπεῖχε πολὺ πλέον ἢ πλήρης καθιέρωση τοῦ κύκλου ὡς συμβόλου τῆς τελειότητος καὶ κατ' ἐπέκτασιν τῆς θειότητος.

Εἰς ἐπίρρωσιν αὐτῶν ἔρχεται ἡ ἐπιχειρηματολογία τοῦ πλατωνικοῦ Τιμαίου, ὅταν ἐξηγεῖ, γιὰ τὸ Δημιουργὸς ἔδωσε σφαιρικὸ σχῆμα στὸ σύμπαν, τὸ ὁποῖο συνίσταται ἀπὸ τὰ τέσσερα πρωταρχικὰ στοιχεῖα (πῦρ, γῆ, ἀήρ, ὕδωρ):<sup>3</sup> «Σχήμα δὲ τοῦ ἔδωσε ἐκεῖνο πὸν ἄρμοζε καὶ ἦταν συγγενὲς μὲ αὐτόν. Ἀρμόζον λοιπὸν σχῆμα διὰ τὸ ζωντανὸν ὄν, τὸ ὁποῖο ἔμελλε νὰ περιλαμβάνει μέσα του ὅλα τὰ ζωντανὰ ὄντα, δὲν μπορούσε παρὰ νὰ εἶναι ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖο περιλαμβάνει μέσα του ὅλα τὰ σχήματα, ὅσα ὑπάρχουν. Δι' αὐτὸ τὸ ἐτόρνευσε σφαιρικὸ καὶ κυκλικό, μὲ ἴσες ἀποστάσεις παντοῦ ἀπὸ τὸ κέντρο ἕως τὰ ἄκρα, δίδοντας ἔτσι τὸ τελειότατο καὶ πρὸς ἑαυτὸ ὁμοιότατον ἀπὸ ὅλα τὰ σχήματα, διότι νόμισε ὅτι τὸ ὅμοιο εἶναι ἀπείρως ὠραιότερο ἀπὸ τὸ ἀνόμοιο, ἀπ' ἔξω δὲ ὀλόγυρα τὸ ἔκαμε ὅλον λεῖο μὲ μεγάλην ἀκρίβεια διὰ πολλοὺς λόγους.»

Ὅμως, ἂν ἡ ἡμερήσια κίνηση τοῦ οὐρανοῦ φαίνεται ἀπολύτως κυκλικὴ καὶ ὁμαλὴ, δὲν συμβαίνει τὸ ἴδιο μὲ τὶς φαινόμενες κινήσεις τῶν πλανητῶν κατὰ τὴ διάρκεια τοῦ ἔτους. Τὴν μεταξὺ τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων ὀρθοδρομικὴ κίνησή τους ἐκ δυσμῶν πρὸς ἀνατολὰς διαδέχονται μιὰ στάση τους ἐπὶ κάποιες ἡμέρες, κατόπιν μιὰ ἀνάδρομος κίνησή τους ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς, καὶ ἔπειτα μιὰ νέα στάση τους προτοῦ ἐπαναρχίσει ἡ ὀρθοδρομικὴ κίνησή τους. Αὐτὸ ἦταν τὸ μεγάλο πρόβλημα, τὸ

<sup>3</sup>. Πλάτωνος, *Τίμαιος*, 32c-33b, 34a-b: Τῶν δὲ δὴ τεττάρων ἐν ὅλον ἕκαστον εἴληφεν ἢ τοῦ κόσμου ζύστασις. Ἐκ γὰρ πυρὸς παντὸς ὕδατός τε καὶ ἀέρος καὶ γῆς ξυνέστησεν αὐτόν ὁ ξυνιστάς, μέρος οὐδὲν οὐδενὸς οὐδὲ δύναμιν ἔξωθεν ὑπολιπὼν ... ἐν ὅλον ὅλων ἐξ ἀπάντων τέλεον καὶ ἀγήρων καὶ ἄνοσον αὐτόν ἐτεκτήνατο· σχῆμα δὲ ἔδωκεν τὸ πρέπον καὶ τὸ συγγενές. Τῷ δὲ τὰ πάντ' ἐν αὐτῷ ζῶα περιέχειν μέλλοντι ζῶω πρέπον ἂν εἴη σχῆμα τὸ περιειληφὸς ἐν αὐτῷ πάντα ὅποσα σχήματα· διὸ καὶ σφαιροειδές, ἐκ μέσου πάντη πρὸς τὰς τελευτὰς ἴσον ἀπέχον, κυκλοτερές αὐτὸ ἐτορνεύσατο, πάντων τελειώτατον ὁμοιότατόν τε αὐτὸ ἑαυτῷ σχημάτων, νομίσας μυρίῳ κάλλιον ὅμοιον ἀνομοίου λεῖον δὲ δὴ κύκλω πᾶν ἔξωθεν αὐτὸ ἀπηκριβούτο πολλῶν χάριν. Πρβλ. 34b: Οὗτος δὴ πᾶς ὄντος ἀεὶ λογισμὸς θεοῦ περὶ τὸν ποτὲ ἐσόμενον θεὸν λογισθεὶς λεῖον καὶ ὁμαλὸν πανταχῆ τε ἐκ μέσου ἴσον καὶ ὅλον καὶ τέλεον ἐκ τελέων σωμάτων σῶμα ἐποίησε. Σχετικῶς μὲ τὴν κίνηση τοῦ σύμπαντος, 34a: διὸ δὴ κατὰ ταῦτ' ἐν τῷ αὐτῷ καὶ ἐν ἑαυτῷ περιεγαγὼν αὐτὸ ἐποίησε κύκλω κινεῖσθαι στρεφόμενον.

ὁποῖο ἔπρεπε νὰ λύσουν γεωμετρικῶς καὶ συμφώνως πρὸς τὴν κυκλικὴ κίνηση οἱ Ἕλληνες φιλόσοφοι-μαθηματικοί. Τὸ διατυπώνει σαφῶς ὁ Πλάτων (428/27-349/48 π.Χ.), συμβουλεύοντας καὶ προτρέποντας:<sup>4</sup> «Εἶπα, λοιπόν, ἐγώ, νὰ μεταχειρισθοῦμε τὴν ἀστρονομία μέσω προβλημάτων, ὅπως ἀκριβῶς τὴ γεωμετρία, καὶ ἄς ἀφήσουμε τὰ ἐν τῷ οὐρανῷ». Καὶ τί ἐννοῦσε; Ὅτι ἂν ἤθελε κάποιος νὰ κατανοήσει πραγματικῶς τὰ σχετικὰ μὲ τοὺς πλανῆτες οὐράνια φαινόμενα, δὲν ἀρκοῦν οἱ πολυπληθεῖς παρατηρήσεις καὶ καταγραφές τῆς θέσεώς τους. Χρειάζονται γεωμετρικὰ πρότυπα γιὰ τὴν περιγραφή τῶν κινήσεών τους, ἢ ἀξιοπιστία τῶν ὁποίων θὰ ἐλέγχεται ἀπὸ τὸ κατὰ πόσον αὐτὰ «σώζουν τὰ φαινόμενα».

«Σώζειν τὰ φαινόμενα» εἶναι μιὰ ἔκφραση-κλειδί γιὰ τὴν κατανόηση τῆς ἀρχαίας ἑλληνικῆς ἀστρονομίας καὶ τῶν προσπαθειῶν τῶν ἑλλήνων μαθηματικῶν-ἀστρονόμων νὰ διατυπώσουν γεωμετρικὰ πρότυπα γιὰ τὴν κίνηση τῶν πλανητῶν. Δὲν ἐνδιαφέρονταν νὰ ἀποδείξουν, ἂν ἡ γῆ ἢ ὁ ἥλιος εὐρισκόταν στὸ κέντρο τοῦ κόσμου· τοὺς ἐνδιέφερε ἡ ἀξιοπιστία τῆς γεωμετρικῆς πλανητικῆς θεωρίας τους. Καὶ αὐτὴ κρινόταν ἀπὸ τὸ ἐπιτρεπτὸ εὖρος σφάλματος ὑπολογισμοῦ τῆς θέσεως ἐνὸς πλανῆτου, ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν παρατηρουμένη θέση του. Ὅμως, ἀπλὲς κυκλικὲς τροχιῆς γύρω ἀπὸ ἓνα κεντρικὸ σῶμα (τὴ γῆ ἢ τὸν ἥλιο) δὲν μποροῦν νὰ δώσουν μὲ ἀκρίβεια τὶς θέσεις τῶν πλανητῶν, διότι στὴν πραγματικότητα οἱ πλανῆτες διαγράφουν ἑλλειπτικὲς τροχιῆς περὶ τὸν ἥλιο, τὴ μία ἐστία τῶν ὁποίων κατέχει ὁ ἥλιος. Πῶς, λοιπόν, ἔλυσαν αὐτὸ τὸ πρόβλημα; Ἀπλούστατα, διατυπώνοντας διαρκῶς νέα, πολυπλοκώτερα πλανητικὰ πρότυπα, τὰ ὁποῖα ὅμως καὶ πάλι εἶχαν τὸ ἴδιο βασικὸ χαρακτηριστικὸ: *κυκλικὲς τροχιῆς καὶ συστήματα κυκλικῶν τροχιῶν*.

Ὑπῆρξε βεβαίως καὶ τὸ ἡλιοκεντρικὸ σύστημα τοῦ Ἀριστάρχου τοῦ Σαμίου (περὶ τὸ 310-230 π.Χ.), γιὰ τὸ ὁποῖο δὲν γνωρίζουμε πολλὰ λεπτομέρειες. Ἡ σπουδαιότερη καὶ πλέον ἀξιόπιστη πηγή μας γιὰ τὴν ἡλιοκεντρικὴ «ὑπόθεση» τοῦ Ἀριστάρχου εἶναι ὁ *Ψαμμίτης* τοῦ Ἀρχιμήδους, ὅπου αὐτὸς ὑπολογίζει τὸ πλῆθος τῶν κόκκων τῆς ἄμμου, τὸ ὁποῖο θὰ μποροῦσε νὰ πληρώσει τὸ σύμπαν, λαμβανομένου ὑπόψιν τοῦ μεγέθους του:<sup>5</sup> «Ὁ Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος ὑποθέτει, ὅτι οἱ μὲν ἀπλανεῖς ἀστέρες καὶ ὁ ἥλιος μένουν ἀκίνητοι, ἢ δὲ γῆ περιφέρεται γύρω ἀπὸ τὸν ἥλιο, ὁ ὁποῖος εὐρίσκεται στὸ μέσον τοῦ δρόμου [ἐνν. τοῦ ζωδιακοῦ]». Ὁ Ἀρχιμήδης (287-212 π.Χ.), υἱὸς τοῦ ἀστρονόμου Φειδίου καὶ ἐξαίρετος γνώστης τῆς ἀστρονομίας, δὲν ἐνδιαφέρεται ἐδῶ γιὰ τὸ ἂν ἰσχύει ἡ γεωκεντρικὴ ἢ ἡ ἡλιοκεντρικὴ ὑπόθεση, ἀλλὰ γιὰ τὸ μέγεθος τοῦ σύμπαντος. Ὅμως, ἡ ἡλιοκεντρικὴ ὑπόθεση τοῦ Ἀριστάρχου δὲν υἱοθετήθηκε ἀπὸ τοὺς ἀστρονόμους. Ἴσως τὸ γεωμετρικὸ μοντέλο τῆς νὰ μὴν ἔσωζε τὰ φαινόμενα, εἴτε διότι προφανῶς βασιζόταν σὲ ἀπλὲς κυκλικὲς κινήσεις τῶν πλανητῶν περὶ τὴν γῆ, εἴτε διότι δὲν εἶχε ὑποστῆ τόσο λεπτομερῆ γεωμετρικὴ ἐπεξεργασία ὅπως τὰ μεταγενέστερα γεωμετρικὰ μοντέλα. Δὲν νομίζω ὅτι ἔπαιξε σπουδαῖον ρόλο σὲ αὐτὸ ἡ μήνυση ἐπὶ ἀσεβείᾳ (*κρίσιν ἀσεβείας*), τὴν ὁποῖαν ὑπέβαλε ἐναντίον του

<sup>4</sup> Πλατωνος, *Πολιτεία*, Ζ' 530b-c: Προβλήμασιν ἄρα, ἦν δ' ἐγώ, χρώμενοι ὡσπερ γεωμετρίαν οὕτω καὶ ἀστρονομίαν μέτιμεν, τὰ δ' ἐν τῷ οὐρανῷ ἐάσομεν, εἰ μέλλομεν ὄντως ἀστρονομίας μεταλαμβάνοντες χρήσιμον τὸ φύσει φρόνιμον ἐν τῇ ψυχῇ ἐξ ἀχρήστου ποιήσειν.

<sup>5</sup> Ἀρχιμήδους, *Ψαμμίτης*, εἰς C. Mugler, *Archimède, Les belles lettres*, Paris 1971, τόμ. 2, σελ. 135, στ. 8-14: Ἀρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος ὑποθεσίων τινῶν ἐξέδωκεν γραφάς, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. Ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανεῖα τῶν ἄστρον καὶ τὸν ἄλιον μένειν ἀκίνητον, τὰν δὲ γὰν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἄλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος.

Ἀριστάρχου ὁ στωικὸς φιλόσοφος Κλεάνθης, ὡς κινουῦντα «τὴν τοῦ κόσμου ἐστίαν», δηλαδή τὴν Γῆ.<sup>6</sup>

Ὁ μέγας μαθηματικὸς Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος, ὁ ὁποῖος ἔζησε ἐπὶ Πτολεμαίου III τοῦ Εὐεργέτου (246-221 π.Χ.), ὑπῆρξε —ἂν ὄχι ὁ ὁ εἰσηγητής— ὁ σπουδαιότερος μεταξὺ τῶν ἀστρονόμων, οἱ ὁποῖοι ἀπέδειξαν τὴν ἰσοδυναμία τῶν δύο βασικῶν πλανητικῶν μοντέλων μὲ σύστημα κυκλικῶν τροχιῶν: ἐκείνου τοῦ ἐκκέντρου κύκλου καὶ ἐκείνου μὲ τοὺς κύκλους καὶ ἐπικύκλους (Κλαυδίου Πτολεμαίου *Μεγάλη μαθηματικὴ σύνταξις*, βιβλ. IB, κεφ. α). Ὅμως, ὁ ἴδιος ὁ Ἀπολλώνιος συνέγραψε τὰ «*Κωνικά*», τὸ κορυφαῖο σύγγραμμα γεωμετρίας σχετικῶς μὲ τὶς τρεῖς διαφορετικὲς καμπύλες —ἔλλειψη, ὑπερβολὴ καὶ παραβολή— οἱ ὁποῖες προκύπτουν ἀπὸ τὴν τομὴ κώνου καὶ ἐπιπέδου. Δὲν εἶναι ἀπορίας ἄξιον, πῶς δὲν συνεδύασε τὴ γνώση του εἰδικῶς περὶ τῆς ἔλλειψεως μὲ ἓνα ἔστω γεωκεντρικὸ σύστημα πλανητικῶν τροχιῶν; Ἦταν μιὰ χαμένη εὐκαιρία, ὀφειλομένη στὸ δόγμα τῶν κυκλικῶν πλανητικῶν τροχιῶν.

Ἀναφέρω ἀπλῶς τὸ ὄνομα τοῦ Ἰπάρχου τοῦ Βιθυνέως (190-120 π.Χ.), ὁ ὁποῖος θεωρεῖται ὁ μεγαλύτερος ἀστρονόμος τῆς ἀρχαιότητος, ἐπὶ τῶν παρατηρήσεων καὶ τῶν ἔργων τοῦ ὁποῖου βασίσθηκε ὁ Κλαύδιος Πτολεμαῖος (100-170 μ.Χ.) γιὰ τὴ συγγραφὴ τῆς «*Μαθηματικῆς συντάξεως*» του, γιὰ νὰ τονίσω δύο σημεῖα:

Τὸ πρῶτο σημεῖο εἶναι ἡ ἀστρονομικὴ ὁρολογία, τὴν ὁποία χρησιμοποιοῖ ὁ Πτολεμαῖος, ἀναφερόμενος στὴν κατὰ τὸν Ἀπολλώνιον ἀπόδειξη τῆς ἰσοδυναμίας τῶν δύο γεωκεντρικῶν πλανητικῶν μοντέλων: «ἐάν τε διὰ τῆς κατ' ἐπίκυκλον ὑποθέσεως γίνηται ... ὥστε κατ' αὐτοῦ γινόμενον τὸν ἀστέρα φαντασίαν ποιῆσθαι στηριγμοῦ· ἐάν τε διὰ τῆς κατ' ἐκκεντρότητα ὑποθέσεως ἢ παρὰ τὸν ἥλιον ἀνωμαλία συμβαίνει ... κατ' ἐκεῖνο τὸ σημεῖον γινόμενος ὁ ἀστήρ ... τὴν τῶν στηριγμῶν φαντασίαν ποιήσεται».<sup>7</sup> Ἐπομένως, ὁ Πτολεμαῖος, ὅπως καὶ οἱ πρὸ αὐτοῦ μαθηματικοὶ ἀστρονόμοι, εἶχαν πλήρη συναίσθηση ὅτι χρησιμοποιώντας γεωμετρικὴν γλῶσσα διατύπωναν «ὑποθέσεις» περὶ τῆς ἀληθοῦς κινήσεως τῶν πλανητῶν, χωρὶς τοῦτο νὰ σημαίνει, ὅτι αὐτοὶ πίστευαν ὅτι οἱ «ὑποθέσεις» τοὺς ἦσαν καὶ οἱ μόνες, οἱ ὁποῖες ἀνταποκρίνονταν στὴν πραγματικότητα.

Τὸ δεύτερο σημεῖο εἶναι ἡ μιὰ καὶ μοναδικὴ περίπτωση ἐμμέσου καὶ σιωπηλῆς παραβιάσεως τοῦ σχήματος τῆς κυκλικῆς τροχιάς: Πρόκειται γιὰ τὸ μοντέλο κινήσεως τοῦ πλανήτου Ἑρμοῦ, τοῦ ὁποῖου ἡ γειτνίαση πρὸς τὸν Ἥλιο δυσκολεύει τὴν παρατήρησή του. Βασιζόμενος σὲ ἀνακριβεῖς παρατηρήσεις, ὁ Πτολεμαῖος συνεπέρανε ὅτι ὁ Ἑρμῆς στὴν ἐτήσια τροχιά του εὐρίσκεται δύο φορές σὲ ἐλαχίστη ἀπόσταση ἀπὸ τὴ Γῆ, δηλαδή, ἡ τροχιά του ἔχει δύο «περίγεια». Γι' αὐτό, στὸ πολύπλοκο κινητικὸ γεωμετρικὸ μοντέλο, τὸ ὁποῖο αὐτὸς ἐπινόησε, τὸ κέντρο τοῦ ἐπικύκλου ἐπὶ τοῦ ὁποῖου κινεῖται ὁ Ἑρμῆς, δὲν διαγράφει κύκλον ἀλλὰ μιὰ «ὠσειδῆ» καμπύλη γύρω ἀπὸ τὴ Γῆ! Ἦταν ὁ μόνος τρόπος γιὰ νὰ ἰκανοποιηθοῦν τὰ

<sup>6</sup>. Πλουτάρχου, *Περὶ τοῦ ἐμφαινομένου προσώπου τῶ κύκλω τῆς σελήνης*, 6, 922f-923a: Καὶ ὁ Λεύκιος γελάσας, «Μόνον», εἶπεν, «ὦ τάν, μὴ κρίσιν ἡμῖν ἀσεβείας ἐπαγγείλης, ὡσπερ Ἀρίσταρχον ᾤετο δεῖν Κλεάνθης τὸν Σάμιον ἀσεβείας προσκαλεῖσθαι τοὺς Ἕλληνας, ὡς κινουῦντα τοῦ κόσμου τὴν ἐστίαν, ὅτι <τὰ> φαινόμενα σώζειν ἀνὴρ ἐπειράτο, μένειν τὸν οὐρανὸν ὑποτιθέμενος, ἐξελίττεσθαι δὲ κατὰ λοξοῦ κύκλου τὴν γῆν, ἅμα καὶ περὶ τὸν αὐτῆς ἄξονα δινουμένην».

<sup>7</sup>. Κλαυδίου Πτολεμαῖου, *Μαθηματικὴ Σύνταξις*, Βιβλ. IB', κεφ. α' (*Περὶ τῶν εἰς τὰς προηγῆσεις προλαμβανομένων*), J. L. Heiberg, *Claudii Ptolemaei opera quae exstant omnia*, Leipzig, Teubner, vol. 1.1 (1898), 1.2 (1903)· ἐδῶ τομ. 1.2, σελ. 450-451.

δεδομένα τῶν (έσφαλμένων) παρατηρήσεων. Έπομένως, ὁ Πτολεμαῖος, γιὰ νὰ σώσει τὰ φαινόμενα στὴν περίπτωση τοῦ Ἑρμοῦ, παραβίασε σιωπηλῶς τὸ δόγμα τῶν κυκλικῶν τροχιῶν.

Τὴν ἀρχαιοτάτη ἀντίληψη περὶ τῆς ἀρμονίας, ἡ ὁποία παράγεται ἀπὸ τὴν κίνηση τῶν οὐρανίων σωμάτων, δηλαδὴ τὴ σχέση τῆς ἀστρονομίας μετὰ τὴ μουσική, ἡ ὁποία ξεκινᾷ ἀπὸ τὸν Ὀρφέα καὶ τοὺς Πυθαγορείους καὶ συνεχίζεται στὸν Πλάτωνα,<sup>8</sup> εὐρίσκομε πλήρως ἀνεπτυγμένη στὰ Ἀρμονικά τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Συγκεκριμένως, στὰ τελευταῖα κεφάλαια τοῦ τρίτου βιβλίου τῶν Ἀρμονικῶν του, ὁ Πτολεμαῖος παραβάλλει τὶς κινήσεις τῶν πλανητῶν στὴ ζωδιακὴ ζώνη κατὰ ἐκλειπτικὸν μῆκος καὶ πλάτος μετὰ τὴ διαδοχὴ φθόγγων, οἱ ὁποῖοι διαφέρουν κατὰ τὸ ὕψος καὶ τὴν ἔνταση τοῦ ἤχου, ἐνῶ τὴ μεταβαλλομένη ἀπόστασή τους ἀπὸ τὴν Γῆ παραβάλλει πρὸς τὰ τρία τονικά «γένη» τῆς ἀρμονίας (διατονικόν, χρωματικόν καὶ ἐναρμόνιον), δηλαδὴ, πρὸς τὸν τρόπο τῆς μελωδίας.<sup>9</sup>

Ἡ Γεωμετρία τοῦ Εὐκλείδου καὶ ἡ Μαθηματικὴ σύνταξις τοῦ Πτολεμαίου ἀπετέλεσαν διαχρονικῶς τὰ συστηματικὰ συγγράμματα γιὰ τὴν πλήρη ἐκμάθηση τῆς γεωμετρίας καὶ τῆς ἀστρονομίας στὸ Ἀνατολικὸ Ρωμαϊκὸ Κράτος, τοῦ ὁποῦο μεγαλύτερο πνευματικὸ κέντρο ὑπῆρξε ἡ Ἀλεξανδρεία. Μετὰ τὴν ἀπαγόρευση τῆς λειτουργίας τῶν φιλοσοφικῶν σχολῶν ἀπὸ τὸν αὐτοκράτορα Ἰουστινιανό (529 μ.Χ.), πολλοὶ λόγιοι ἐστράφηκαν στὴ μελέτη τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν. Μετὰ ὅμως τὴν πτώση τῆς Ἀλεξανδρείας στοὺς Ἄραβες (642 μ.Χ.), ἡ Κωνσταντινούπολη ἀνεδείχθη ὡς τὸ νέο πνευματικὸ κέντρο τῆς Βυζαντινῆς Αὐτοκρατορίας.

Ἄλλὰ καὶ οἱ Ἄραβες, συνειδητοποιώντας τὴν ἀξία τῆς ἑλληνικῆς ἐπιστήμης, ἐντὸς δύο μόλις αἰῶνων μετέφρασαν στὰ ἀραβικὰ ὅλη τὴν ἑλληνικὴ ἐπιστημονικὴ

<sup>8</sup>. G. Quandt, *Orphei hymni*, Weidmann, Berlin, 1962, σελ. 27: [Ἵμνος] Ἀπόλλωνος, στ. 16-23: «παντοθαλής, σὺ δὲ πάντα πόλον κιθάρη πολυκρέκτω/ ἀρμόζεις, ὅτε μὲν νεάτης ἐπὶ τέρματα βαίνων,/ ἄλλοτε δ' αὖ ὑπάτην, ποτὲ Δώριον εἰς διάκοσμον/ πάντα πόλον κερνάς κρίνεις βιοθρέμμονα φῦλα,/ ἀρμονίη κεράσας τὴν παγκόσμιον ἀνδράσι μοῖραν,/ μίξας χειμῶνος θερεός τ' ἴσον ἀμφοτέροισιν,/ εἰς ὑπάτας χειμῶνα, θέρος νεάταις διακρίνας,/ Δώριον εἰς ἔαρος πολυηράτου ὄριον ἄνθος». Σχετικῶς μετὰ τοὺς Πυθαγορείους ὁ Ἀριστοτέλης ἀναφέρει (Μετὰ τὰ Φυσικά, Α' 5, 985b), ὅτι αὐτοὶ θεωροῦσαν «τὸν ὅλον οὐρανὸν ἀρμονίαν εἶναι καὶ ἀριθμόν». Πλάτωνος *Πολιτεία*, Ι' 617b: ἐπὶ δὲ τῶν κύκλων αὐτοῦ ἄνωθεν ἐφ' ἐκάστου βεβηκέναι Σειρήνα συμπεριφερομένην, φωνὴν μίαν ἰεῖσαν, ἓνα τόνον· ἐκ πασῶν δὲ ὀκτώ οὐσῶν μίαν ἀρμονίαν συμφωνεῖν.

<sup>9</sup>. I. Düring, *Die Harmonielehre des Klaudios Ptolemaios*, (Göteborgs Högskolas Arsskrift 36), Göteborg, Elanders, 1930, 2-111, ἐδῶ Βιβλ. Γ', κεφ. 8-16: 8. Περὶ τῆς ὁμοιότητος τοῦ τελείου συστήματος καὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου. 9. Πῶς τὰ τοῦ ἡρμοσμένου σύμφωνα καὶ διάφωνα ὁμοίως ἔχει τοῖς ἐν τῷ ζωδιακῷ. 10. Ὅτι τῆ κατὰ μῆκος κινήσει τῶν ἀστέρων τὸ ἐφεξῆς ἐν τοῖς φθόγγοις ἔοικεν. 11. Πῶς ἡ κατὰ βάθος κινήσεις τῶν ἀστέρων τοῖς ἐν ἀρμονίᾳ γένεσι παραβάλλεται. 12. Ὅτι καὶ ταῖς κατὰ πλάτος παρόδοις τῶν ἀστέρων ἐναρμόζουσιν αἱ κατὰ τοὺς τόνους μεταβολαί. 13. Περὶ τῆς ἀναλογίας τῶν τετραχόρδων καὶ τῶν πρὸς τὸν ἥλιον σχηματισμῶν. 14. Κατὰ τινὰς ἂν πρώτους ἀριθμοὺς παραβληθεῖεν οἱ τοῦ τελείου συστήματος ἐστῶτες φθόγγοι ταῖς πρώταις τῶν ἐν τῷ κόσμῳ σφαίραις. 15. Πῶς ἂν λαμβάνοντο διὰ τῶν ἀριθμῶν οἱ τῶν οἰκείων κινήσεων λόγοι. 16. Πῶς ἂν αἱ τῶν πλανωμένων συνοικειώσεις παραβάλλοιντο ταῖς τῶν φθόγγων.

γραμματεία, περιλαμβανομένων τῶν ἔργων τοῦ Ἀριστοτέλους.<sup>10</sup> Πρὸς τιμὴν τους, οὔτε οἰκειοποιήθηκαν οὔτε ἀλλοίωσαν τὰ ἐπιτεύγματα τοῦ ἑλληνικοῦ πνεύματος. Ἀντιθέτως, ἔγιναν φανατικοὶ ὁπαδοὶ τῆς ἑλληνικῆς παιδείας καὶ μὲ τις κατακτήσεις τους ἕως καὶ ὀλόκληρη τὴν Ἰσπανία, διέδωσαν αὐτὲς τὶς ἐπιστημονικὲς γνώσεις. Ἡ πτολεμαϊκὴ ἀστρονομία ἦταν ἕνας ἀπὸ τοὺς προσφιλέστερους σὲ αὐτοὺς ἐπιστημονικοὺς κλάδους καὶ παραλλήλως μὲ τὶς ἀστρονομικὲς παρατηρήσεις τους προσπάθησαν νὰ βελτιώσουν τὰ πλανητικὰ μοντέλα τοῦ Πτολεμαίου καὶ τὶς τιμὲς τῶν παραμέτρων στοὺς πίνακες τῶν πλανητικῶν κινήσεων.

Ἐν τῷ μεταξὺ τὸ Βυζάντιο, τὴν ἐπὶ πατριάρχου Φωτίου (9<sup>ος</sup> αἰών) προσπάθεια διασώσεως τῆς ἑλληνικῆς παιδείας διὰ τῆς ἀντιγραφῆς τῶν φθαρμένων παλαιότερων χειρογράφων καὶ τὴν τότε πνευματικὴ ἀναγέννηση, διαδέχθηκαν οἱ χαλεποὶ καιροὶ τῶν Σταυροφοριῶν. Μὲ τὴν πρώτη ἄλωση τῆς Κωνσταντινουπόλεως τὸ 1204 ἀπὸ τοὺς Σταυροφόρους τῆς 4<sup>ης</sup> Σταυροφορίας, τὸ μεγαλύτερο μέρος τῶν ἑλληνικῶν ἐπιστημονικῶν χειρογράφων ἔπεσε στὰ χέρια τῶν Λατίνων κατακτητῶν καὶ πῆρε τὸν δρόμο τῆς ξενιτειᾶς πρὸς τὴ Δύση. Ἐκεῖ, ἀπὸ τὸν 12<sup>ον</sup> αἰῶνα κ.έ. οἱ μεταφράσεις τῶν ἑλληνικῶν ἐπιστημονικῶν ἔργων ἀπὸ τὰ ἀραβικὰ στὰ λατινικὰ καὶ ἀπ' εὐθείας ἀπὸ τὰ ἑλληνικὰ στὰ λατινικὰ καὶ ἡ μελέτη τους ἀπὸ τοὺς Δυτικοὺς συνέβαλαν οὐσιαστικὰ καὶ ἀποφασιστικὰ στὴ δυτικὴ Ἀναγέννηση ἀπὸ τὸν 14<sup>ον</sup> αἰῶνα.

Παρ' ὅλα αὐτά, ἕως τὴν ἀνάκτηση τῆς Κωνσταντινουπόλεως στὶς 15.8.1261 ἀπὸ τὸν Μιχαὴλ Η΄ Παλαιολόγο, οἱ αὐτοκράτορες τῆς Νικαίας Ἰωάννης Γ΄ Βατάτζης (1222-1254) καὶ Θεόδωρος Β΄ Λάσκαρις (1254-1258) προσπάθησαν νὰ διασώσουν καὶ νὰ προωθήσουν τὴν ἑλληνικὴ παιδεία καὶ ἐπιστήμη, ὑποστηρίζοντας τοὺς λογίους, οἱ περισσότεροι τῶν ὁποίων ἦσαν κληρικοὶ. Τὸ ἐνδιαφέρον τοῦ Βατάτζη γιὰ τὴν ἐκπαίδευση μαρτυρεῖ τόσο τὸ διάταγμά του, μὲ τὸ ὁποῖο ἀναγκάζει τοὺς κυβερνήτες καὶ ἄρχοντες τῶν πόλεων νὰ φροντίζουν κάθε χρόνο γιὰ τὴν ἀμοιβὴ τῶν καθηγητῶν τῆς ρητορικῆς, τῆς ἰατρικῆς καὶ τῶν μαθηματικῶν, ὅσον καὶ ἡ ἴδρυση βιβλιοθηκῶν στὶς μεγάλες πόλεις τῆς αὐτοκρατορίας του, ἀφιερωμένες στὴν τέχνη καὶ τὶς ἐπιστῆμες. Γιὰ τὸν ἐμπλουτισμὸ τους ἔστειλε τὸν Νικηφόρο Βλεμμύδη στὴ Θράκη, τὴ Μακεδονία, τὸν Ἄθω, τὴ Θεσσαλία, γιὰ νὰ ἀγοράσει ἢ ἐν ἀνάγκη νὰ ἀντιγράψει καὶ νὰ φέρει περιλήψεις πολυτίμων χειρογράφων. Μετὰ τὴν

<sup>10</sup>. B. Tatakis, *La philosophie byzantine*, Paris 1947 = B. N. Τατάκη, *Ἡ Βυζαντινὴ φιλοσοφία*, μετάφρ. Ε. Κ. Καλπουρτζή, Ἀθήνα 1977, σελ. 104: Ὁ Φιλόπονος καὶ ὁ Δαμασκηνὸς κληροδότησαν στοὺς Ἄραβες τὴ σύνθεση πλατωνισμοῦ καὶ ἀριστοτελισμοῦ· ἡ σύνθεση αὐτὴ ἀφομοιώθηκε ἀπὸ τοὺς Ἄραβες καὶ ἔγινε ἡ πηγὴ ἀπὸ τὴν ὁποία ἡ πρωτότυπη ἀραβικὴ σκέψη ἀντλήσε τὴν ὁρμὴ της. Παρὰ τὶς διαρκεῖς σχεδὸν ἐχθρότητες, ἡ ἀνταλλαγὴ ἰδεῶν ἐξακολούθησε σταθερά ... καὶ φιλίαι δημιουργήθηκαν: ὁ Φώτιος εἶχε φιλία μὲ ἕνα μωαμεθανὸ κυβερνήτη τῆς Κρήτης, ὁ μαθητὴς του Νικόλαος ὁ Μυστικός (Πατριάρχης Κωνσταντινουπόλεως) ἀλληλογραφοῦσε μὲ τὸν γιὸ αὐτοῦ τοῦ ἐμίρη: «Ὅτι δύο κυριότητες πάσης τῆς ἐν γῆ κυριότητος, ἢ τε τῶν Σαρακηνῶν καὶ ἢ τῶν Ῥωμαίων, ὑπερανέχουσι καὶ διαλάμπουσιν, ὡσπερ οἱ δύο μεγάλοι ἐν τῷ στερεώματι φωστῆρες, καὶ δεῖ κατ' αὐτό γε τοῦτο μόνον κοινωνικῶς ἔχειν καὶ ἀδελφικῶς καὶ μὴδ' ὅτι τοῖς βίοις καὶ τοῖς ἐπιτηδεύμασι καὶ τῷ σεβάσματι κεχωρίσμεθα, παντάπασιν ἀλλοτρίως διακεῖσθαι καὶ ἀποστερεῖν ἑαυτοὺς τῆς διὰ τῶν γραμμάτων [συνομιλίας] παρὰ μέρος ἐντυχίας». (= R. J. H. Jenkins and L. G. Westerink, *Nicholas I, Patriarch of Constantinople, Letters [Corpus Fontium Historiae Byzantinae 6]*, Dumbarton Oaks, Washington D.C., 1973, 2-520· ἐδῶ σελ. 2, Ἐπιστ. 1, στ. 16-21).

ἀνακατάληψη τῆς Κωνσταντινουπόλεως ξαναλειτούργησε τὸ Πανεπιστήμιό της ἕως τὸ 1453, στὸ ὁποῖο δὲν εὐρίσκουμε «τὴν παραμικρότερη μνεῖα θεολογικῆς διδασκαλίας», οἱ καθηγητὲς ἦταν φιλόσοφοι, ἐπιστήμονες, ρήτορες καὶ φιλόλογοι.<sup>11</sup>

Ἄλλὰ καὶ στοὺς μετέπειτα χρόνους, ἡ βαρεῖα ἀκρωτηριασμένη Βυζαντινὴ αὐτοκρατορία δείχνει μιὰ ἐκπληκτικὴ πνευματικὴ ἀκμὴ —τὴν παλαιολόγειο ἀναγέννηση— μὲ κυρίους ἐκπροσώπους κληρικούς γνῶστες καὶ συνεχιστὲς τῆς ἑλληνικῆς ἐπιστήμης. Θὰ ἦταν ἀδύνατον νὰ ἀναφερθῶ σὲ ὅλους. Περιορίζομαι λοιπὸν μόνον σὲ ὀλίγους, οἱ ὁποῖοι μὲ τὰ ἔργα τους διασώζουν καὶ συνεχίζουν τὴν ἀρχαιοελληνικὴ παράδοση τῆς τετρακτύος τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν. Γιὰ νὰ κατανοήσουμε τὴν ἔκταση τῆς προσφορᾶς τους στὸν Ἑλληνισμό, πρέπει νὰ λάβουμε ὑπόψιν μας τὶς συνθῆκες ὑπὸ τὶς ὁποῖες συνέγραφαν τὰ ἔργα τους ἢ ἀντέγραφαν ἀρχαιότερα: Ἑλλειψη οἰκονομικῶν πόρων, ἔλλειψη γραφικῆς ὕλης (δηλ. περγαμηνῶν), καὶ μεγάλες δυσκολίες ἐξευρέσεως διαθεσίμων παλαιότερων χειρογράφων τῶν ἀρχαίων ἐπιστημονικῶν ἔργων.

*Μάξιμος Πλανούδης καὶ Μανουὴλ Βρυέννιος*

Τὸ ἰδιαίτερο ἐνδιαφέρον τοῦ Μαξίμου Πλανούδη (περὶ τὸ 1255- περὶ τὸ 1305) γιὰ τὴν ἀστρονομία ἀποδεικνύεται ἀπὸ τὰ ἰδιόχειρα σχόλιά του στὸ περιθώριο ἐνὸς κώδικος μὲ τὴν «Κυκλικὴ θεωρία τῶν μετεώρων» τοῦ Κλεομήδους (Α΄; αἰ. μ.Χ.) καὶ τὰ «Φαινόμενα» τοῦ Ἀράτου (315/310-275 π.Χ.), μεταξὺ τῶν ὁποίων περιλαμβάνεται καὶ ἡ καταγραφή τῆς σεληνιακῆς ἐκλείψεως τῆς 21<sup>16</sup> Αὐγούστου 1290.<sup>12</sup> Τὸ ἴδιο μεγάλο ἐνδιαφέρον του γιὰ τὴ μουσικὴ (ἀρμονικὴ) ἀποδεικνύεται ἀπὸ τὴ μοναδικὴ στὸν κόσμον αὐτόγραφη βίβλος του —ὅπως γράφει— μὲ ὅλα τὰ σωζόμενα ἀρχαῖα ἔργα περὶ μουσικῆς, τὰ ὁποῖα εἶχε μόνος ἀντιγράψει καὶ τὴν ὁποία κατεῖχε καὶ χρησιμοποιοῦσε στὴ διδασκαλία του. Δυστυχῶς, τὴ δάνεισε σὲ κάποιον μοναχό, ὁ ὁποῖος οὐδέποτε τοῦ τὴν ἐπέστρεψε καὶ ἕως σήμερα εἶναι χαμένη.<sup>13</sup>

Ὁ Μάξιμος Πλανούδης καὶ ὁ Μανουὴλ Βρυέννιος διέθεταν καθένας τους ἕνα κώδικα μὲ τὰ Ἀριθμητικά τοῦ Διοφάντου (περὶ τὸ 250 μ.Χ.), ἕνα μοναδικὸ ἔργο ἀνεκτιμῆτου ἀξίας, τὰ ὁποῖα καὶ μελετοῦσαν. Μάλιστα, σὲ μία ἐπιστολή του πρὸς τὸν Βρυέννιο, ὁ Πλανούδης τὸν παρακαλεῖ νὰ τοῦ δανείσει τὴν «Διοφάντου βίβλον» ἐπὶ ὅσον χρόνο ἐκεῖνος τοῦ ἐπιτρέπει, γιὰ νὰ τὴν ἀντιβάλει πρὸς τὴ δική του.<sup>14</sup> Ὅπως

<sup>11</sup>. Αὐτόθι, σελ. 213-214.

<sup>12</sup>. Πρόκειται γιὰ τὸν κώδικα *Edinburgh Adv. 18.7.15* τῆς Ἑθνικῆς Βιβλιοθήκης τῆς Σκωτίας στὸ Ἐδιμβούργο, καὶ ἡ ἐκλείψη τῆς σελήνης ἀναφέρεται σὲ σχόλιο στὸ περιθώριο τοῦ φύλλου 54v [= τῶ ψ η ἔτει τῆ κα΄ αὐγούστου νυκτὸς) εἰς κβ΄, γέγονεν ἔκλειψις σελήνης | μ(ε)τ(ὰ) τὸ μεσονύκτιον μέχρι πρωΐας]: εἰς C. N. Constantinides, *Higher education in Byzantium in the thirteenth and early fourteenth centuries (1204 - ca. 1310)*, Cyprus Research Center, Texts and Studies of the History of Cyprus XI, Nicosia 1982, σελ. 72, ὑποσ. 33.

<sup>13</sup>. Αὐτόθι, σελ. 77-78.

<sup>14</sup>. P. L. M. Leone, *Maximi Monachi Planudis Epistulae* (Classical and Byzantine Monographs 18), Amsterdam, Hakker, 1991, 1-215, ἐδῶ Ἐπιστ. 33, στ. 1-9: Εἴ τί σοι παλαιᾶς φιλίας ἐμπύρευμα, εἴ τι περὶ σοῦ γενναῖον οἶεσθαι δίδως ἡμῖν καὶ μᾶλλον ἀνέχη μηδὲν ἔχων ὃ πρὸς ἀρίστων ἀνδρῶν ἐστίν, ἢ πολλὰ μὲν ἔχων, μηδενὸς δὲ τούτων καὶ τοῖς ἐπιτηδεῖσις μεταδιδούς, νῦν ἐν καιρῷ τὴν περὶ τούτων ἀπάντων σοι ψῆφον ἐξοίσεις καὶ τὴν ὑμετέραν Διοφάντου βίβλον (ἀντιβαλεῖν ἐξ αὐτῆς γὰρ βουλόμεθα τὴν ἡμετέραν) ἐφ' ἡμερῶν ὅσων δὴ σοι βουλομένῳ τυγχάνει προθεσμία πέμψεις ἡμῖν;

συνάγεται από την ίδια επιστολή, ο Βρυέννιος έκανε αστρονομικές παρατηρήσεις, μολονότι δεν σώζεται κάποιο καθαρώς αστρονομικό έργο του.<sup>15</sup> Τis αστρονομικές γνώσεις του, όμως, εύρισκομε στα *Άρμονικά* του, τὸ έργο του στὸ ὁποῖο συνοψίζει ὅλη τὴν ἕως τότε θεωρία τῆς ἑλληνικῆς μουσικῆς, ἀναφερόμενος σὲ μυθικὲς καὶ ἱστορικὲς προσωπικότητες τῆς (π.χ. τὸν Ἑρμῆ, τὸν Ὀρφέα, τὸν Πυθαγόρα,<sup>16</sup> τὸν Τέρπανδρο κ.ἄ.<sup>17</sup>), καὶ ἔχοντας ὡς βασικὲς πηγὲς τοῦ τὰ *Άρμονικά στοιχεῖα* τοῦ Ἀριστοξένου τοῦ Ταραντίνου (περὶ τὸ 370-300 π.Χ.), τὸ *Άρμονικὸν ἐγχειρίδιον* τοῦ Νικομάχου τοῦ Γερασηνοῦ (περὶ τὸ 100 μ.Χ.)<sup>18</sup> καὶ τὰ *Άρμονικά* τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Ὁ ἴδιος, συνεχίζοντας τὴν ἑλληνικὴ φιλοσοφικὴ καὶ αστρονομικὴ παράδοση, ἀναφέρεται καὶ στὴν «κρυφὴ ἄρμονία» τοῦ σύμπαντος, ἡ ὁποία δημιουργεῖται ἀπὸ τὶς κινήσεις τῶν πλανητῶν, ἀλλὰ εἶναι ἀκουστὴ μόνον ἀπὸ ἐκείνους, οἱ ὁποῖοι ἔχουν καθάρει τὴν ψυχὴ τους.<sup>19</sup> Κατ' ἀρχὴν, ἡ ἀντιστοιχία τῶν

<sup>15</sup>. Αὐτόθι, στ. 15-20: μὴ σύ γε, ᾧ φιλοσοφία περὶ παντὸς γίγνεται· μηδὲ τὴν αὐτὴν τοῖς πολλοῖς ἰτέον (οὐς οὐκ ἔστιν ὅστις τῶν λόγου τινὸς ἀξίων λόγου τινὸς ἀξιοῖ), ἀλλὰ πρὸς τοὺς ἑπτὰ τοὺς πλανωμένους ἀναβλεπτέον. καὶ γὰρ οὖν ἀναβλέπεις, καὶ τοὺς ἐκείνων δρόμους διασκοπεῖς, καὶ σοι συνήδομαι τῆς προθέσεως.

<sup>16</sup>. G. H. Jonker, *The Harmonics of Manuel Bryennius*, Groningen, Wolters-Noordhoff, 1970, 48-375, (= Βρυέννιος) Βιβλ. Α', κεφ. Β', σελ. 74,4: ὁ τὴν ἄρμονικὴν ἐπιστήμην τεχνώσας Πυθαγόρας.

<sup>17</sup>. Βρυέννιος, Βιβλ. Α', προοίμ., σελ. 54,13-19: Χρὴ τοιγαροῦν εἰδέναι, ὅτι ὁ ἐκ Σάμου Πυθαγόρας ἦν, ὃς πρῶτος τοῦτο ἡμόσατο· οὗτος καὶ γὰρ ἐν τοῖς ἀδύτοις τῶν κατ' Αἴγυπτον ἀνακτόρων τὴν τοῦ Ὀρφέως ἀρχαιότροπον ἑπτάχορδον λύραν εὐράμενος, ἦν Τέρπανδρος ἐκ Λέσβου εἰς Αἴγυπτον ἀφικόμενος ἐν ἐκείνοις ἀνέθετο, ἐπειδὴν πρὸς τοὺς ἐν αὐτῇ σοφούς ἱεροτελεστὰς παραγένετο ὡς ἂν καὶ τὴν τῶν Αἰγυπτίων διδαχθεῖη σοφίαν, καὶ τῇ κατατομῇ αὐτῆς ἄγαν προσεκτικῶς ἐπιστήσας τὸν νοῦν καὶ καθ' οὐς λόγους αὕτη διήρητο εἰ καὶ τις ἄλλος εὐστόχως κατελιηφώς...

<sup>18</sup>. Αὐτόθι, σελ. 60,16-σελ. 62,5: ὅτι δὲ παλαιὰ τὶς ἦν δόξα, ὡς οἱ πλάνητες διὰ τοῦ αἰθερίου ἀναχύματος διηνεκῶς καὶ ἀστάτως κινούμενοι ἑναρμονίους ἤχους ἀποτελοῦσι, καὶ ὁ ἐκ Γεράσης Νικόμαχος ἐν τῷ ἐγχειρίδιῳ τῆς ἄρμονικῆς ἀριδῆλως τοῦτο παρίστησι· λέγει γὰρ οὗτος ταυτὶ κατὰ λέξιν ἐκεῖ· “τὰ μὲν οὖν ὀνόματα τῶν φθόγγων ἀπὸ τῶν κατ' οὐρανὸν ἰόντων ἑπτὰ ἀστέρων καὶ τὴν γῆν περιπολεόντων πιθανὸν ὠνομάσθαι· πάντα γὰρ τὰ ῥοιζούμενά φασι σώματα καθ' ὑπεῖκοντός τινος καὶ ῥᾶστα κυμαιομένου ψόφους ἀναγκαίως ποιεῖν μεγέθει τε καὶ τάχει καὶ φωνῆς τόπῳ παρηλλαγμένους ἀλλήλων ἥτοι παρὰ τοὺς ἑαυτῶν ὄγκους ἢ παρὰ τὰς ἰδίας ταχυτήτας ἢ παρὰ τὰς ἐποχάς, ἐν αἷς ἢ ἐκάστου ῥύμη συντελεῖται, εὐκυμαντοτέρας ἢ τούναντίον δυσπαλεῖς ὑπαρχούσας. αἱ δὲ τρεῖς αὐταὶ διαφοραὶ τρανῶς ὀρῶνται περὶ τοὺς πλάνητας μεγέθει τε καὶ τάχει καὶ τόπῳ διεστῶτας ἀλλήλων καὶ διὰ τοῦ αἰθερίου ἀναχύματος διηνεκῶς καὶ ἀστάτως ῥοιζούμενους. ἔνθεν γὰρ καὶ τοῦ ἀστῆρ ὀνόματος τέτευχεν ἕκαστος οἶον στάσεως ἑστερημένος καὶ αἰεθῶν, παρ' ὃ καὶ θεὸς καὶ αἰθῆρ ὠνοματοπεποίηται.

<sup>19</sup>. Αὐτόθι, σελ. 56,12-21: «Ὁ Ἑρμῆς, οὗ θρύλλος ἦν πάλαι πολὺς ἐν τοῖς Ἑλλησι, πρῶτος τὴν εἰρημένην ἀρχαιότροπον ἑπτάχορδον λύραν εὔρε καὶ ἐκ δυοῖν τετραχόρδων ὁμοίων κατὰ σχῆμα ὀξυτέρου τε καὶ βαρυτέρου ἡμόσατο κατὰ μίμησιν τῶν σφαιρῶν τῶν ἑπτὰ ἀστέρων, οἱ καλοῦνται πλανώμενοι διὰ τὸ ἀπὸ δυσμῶν ἐπ' ἀνατολὰς ἐναντίως τῷ παντὶ ποιεῖσθαι τὴν κίνησιν, καὶ ἔτι τῶν νοερῶς ἐξ αὐτῶν ἐξηχουμένων ἤχων, δι' ὧν, ὡς ἀρχαῖός τις διαρρεῖ λόγος,



τεσσάρων πρωταρχικῶν στοιχείων (πῦρ, γῆ, ἀήρ, ὕδωρ), ἀπὸ τὰ ὁποῖα συνίσταται ὁ κόσμος-σύμπαν, μὲ τὶς χορδές (νήτη, παρανήτη, παρυπάτη, ὑπάτη) τοῦ παλαιοτάτου τετραχόρδου ἀρμονικοῦ κανόνος,<sup>20</sup> τὸ ποιὸν τῶν φθόγγων τους καὶ τὸ μέγεθος τῶν διαστημάτων τους, ἔχει ὡς ἐξῆς:<sup>21</sup>

πῦρ	νήτη	ὁ ὀξύτατος φθόγγος
		τόνος
ἀήρ	παρανήτη	ὁ ὀξύτερος φθόγγος
		τόνος
ὕδωρ	παρυπάτη	ὁ βαρύτερος φθόγγος
		λεῖμμα
γῆ	ὑπάτη	ὁ βαρύτατος φθόγγος

Ὁ Βρυέννιος, ὅπως καὶ πρὸ αὐτοῦ ὁ Γεώργιος Παχυμέρης (1242- περ. 1310),<sup>22</sup> παραθέτει καὶ τὶς δύο ἐκδοχὲς ἀντιστοιχίας τῶν ἑπτὰ πλανητῶν πρὸς τὶς ἑπτὰ χορδές τῶν δύο συνημμένων ἀρμονικῶν τετραχόρδων, δηλαδὴ πρὸς τὴν «εἰρημένην ἀρχαιοτρόπον ἑπτάχορδον λύραν», οἱ ὁποῖες βασίζονται σὲ παρατηρήσεις καὶ μετρήσεις τῶν «παλαιῶν μαθηματικῶν», τὶς ὁποῖες αὐτοὶ «διὰ τῶν εἰρημένων διοπτρικῶν ὀργάνων ἀκριβῶς κατελάμβανον». Τὴ μία ἀντιστοιχία ἀποδέχονται ἐκεῖνοι, οἱ ὁποῖοι τὶς κινήσεις τῶν πλανητῶν βάσει τῆς «ἐπὶ ταυτὰ τῷ κόσμῳ τὴν κίνησιν ποιεῖσθαι (δηλ. τῆς ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς ἡμερησίας περιστροφῆς τῆς οὐρανοῦ σφαίρας) ὑπέθεντο», καὶ ἕκαστον πλανήτην «καθ' ἑκάστην περιφορὰν τοῦ παντὸς» ὑπολειπόμενον «τοῦ ἀφ' οὗ ἤρξατο σημείου πρὸς τὰ ἡγούμενα κατὰ μῆκος (ἐνν. τοῦ ζωδιακοῦ) μέσως ποιεῖσθαι τὴν κίνησιν».<sup>23</sup> Τὴν ἄλλη ἀντιστοιχία<sup>24</sup> δέχονταν ὁ Νικόμαχος ὁ Γερασηνὸς καὶ ὅσοι «τῶν παλαιῶν μαθηματικῶν ... ὑπέθεντο ἀπὸ δυσμῶν πρὸς ἀνατολὰς ἐναντίως τῷ κόσμῳ τοὺς πλανωμένους ποιεῖσθαι τὴν κίνησιν».<sup>25</sup> Καὶ οἱ δύο ἐκδοχὲς ἀντιστοιχίας ἐμφανίζονται στὸν κατωτέρω πίνακα:

Κατὰ Νικόμαχον		Κατ' ἄλλους μαθηματικοὺς	
χορδὴ	πλανήτης	ἡμερ. κίνημα καὶ ἀπόλειψη	χορδὴ
ὑπάτη	Κρόνος	β'	νήτη

παναρμονίον τι καὶ θεῖον μέλος συνεξυφαίνεται, οὗ πάντες ἀκούειν οὐ δύνανται, ἀλλὰ μόνοι ἐκεῖνοι, ὅσοι γε δὴ τὰς τῆς ψυχῆς νοεράς ἀκοὰς δι' ἄκραν εὐζωΐαν ἐκάθησαν· οἱ γὰρ τῷ ὄντι γενεσιουργοὶ τῶν θείων σωμάτων, ὡς φασιν, ἦχοι ἐπικήροις ἀκοαῖς οὐδαμῶς ἀκουστοὶ καθεστήκασιν». Ἐπίσης σελ. 60,17 κ.έ. ἀναφερόμενος στὸ Ἀρμονικὸν ἐγχειρίδιον τοῦ Νικομάχου τοῦ Γερασηνοῦ.

<sup>20</sup>. Βρυέννιος, Βιβλ. Β', κεφ. 5, σελ. 174,1-3: Κανὼν δὲ πάλιν ἀρμονικός ἐστι μέτρον ὀρθότητος τῶν ἐν τοῖς φθόγγοις ἡρμοσμένων διαφορῶν, αἱ θεωροῦνται ἐν λόγοις ἀριθμῶν. Ὁ γοῦν τοιοῦτος κανὼν ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν ἀνδρῶν ἐπινενόηται τε καὶ εὔρηται.

<sup>21</sup>. Βρυέννιος, Βιβλ. Α', σελ. 56,22 – 58,3.

<sup>22</sup>. R. P. E. Stephanou - P. Tannery, *Quadrivium de Georges Pachymère* [= *Studi e Testi* 94], Vatican, 1940: Γ. Παχυμέρη, *Σύνταγμα τῶν τεσσάρων μαθημάτων*, Βιβλ. Β' (Ἀρμονική), κεφ. 2, στ. 8-36.

<sup>23</sup>. Βρυέννιος, Βιβλ. Α', σελ. 58,20 – 60,15· Βιβλ. Β', κεφ. 5, σελ. 166.

<sup>24</sup>. Βρυέννιος, Βιβλ. Β', κεφ. 5, σελ. 164-170.

<sup>25</sup>. Αὐτόθι, σελ. 166,9 κέ.

παρυπάτη	Ζεὺς	ε΄	παρνήτη
ὑπερμέση+λιχανός	Ἄρης	λα΄	παραμέση
μέση	Ἥλιος	νθ΄	μέση
παραμέση	Ἀφροδίτη	νθ΄	παρυπάτη+λιχανός
παρνήτη	Ἑρμῆς	νθ΄	παρυπάτη
νήτη	Σελήνη	ιγ <sup>α</sup> ιδ΄	ὑπάτη

Ὁ Βρυέννιος ἀναφέρει ἰδιαίτερος καὶ τοὺς ὀκτώ ἀπὸ τοὺς ἀρχαίους μελωδικοὺς τόνους, οἱ ὁποῖοι υἰοθετήθηκαν ἀπὸ τὴν Ἐκκλησία, κατὰ τὴν ἐξῆς ἀντιστοιχία:<sup>26</sup>

Ἦχος πρῶτος	ὑπερμιζολύδιος τόνος
Ἦχος δεύτερος	μιζολύδιος τόνος
Ἦχος τρίτος	λύδιος τόνος
Ἦχος τέταρτος	φρύγιος τόνος
Ἦχος πρῶτος πλάγιος	δώριος τόνος
Ἦχος δεύτερος πλάγιος	ὑπολύδιος τόνος
Ἦχος βαρὺς	ὑποφρύγιος τόνος
Ἦχος τέταρτος πλάγιος	ὑποδώριος τόνος

Ὁ Βρυέννιος παραθέτει μάλιστα αὐτολεξεῖ καὶ τὴ θέση τοῦ Ἀριστοξένου, ὅτι ἡ Ἀρμονικὴ βασίζεται στὴν αἴσθησι τῆς ἀκοῆς καὶ τὴ γεωμετρία: «ἔστι δὴ τὸ μὲν ὄλον ἡμῖν ἢ θεωρία περὶ μέλους παντὸς μουσικοῦ τοῦ γινομένου ἐν φωνῇ τε καὶ ὀργάνοις. ἀνάγεται δ' ἢ πραγματεία εἰς δύο, εἷς τε τὴν ἀκοὴν καὶ τὴν διάνοιαν, τῇ μὲν ἀκοῇ κρίνομεν τὰ τῶν διαστημάτων μεγέθη, τῇ δὲ διανοίᾳ θεωροῦμεν τὰς τούτων δυνάμεις.»<sup>27</sup>

Θεόδωρος Μελιτηνιώτης

Οἱ βυζαντινοὶ λόγιοι δὲν μελετοῦσαν ἀπλῶς τὴν πτολεμαϊκὴ ἀστρονομία, ἀλλὰ ἔκαναν καὶ ἀστρονομικὲς παρατηρήσεις. Τοῦτο ἐπιβεβαιώνεται ἀπὸ τὸ ἔργο τοῦ Θεοδώρου Μελιτηνιώτου (περὶ τὸ 1310- μετὰ τὸ 1388), ὁ ὁποῖος ἦταν «μέγας σακελλάριος καὶ διδάσκαλος τῶν διδασκάλων καὶ ἀρχιδιάκονος». Στὴν εἰσαγωγὴ

<sup>26</sup>. Βρυέννιος, Βιβλ. Γ', κεφ. 4, σελ. 314,6-20. Σημειωτέον, ὅτι στὸ διατονικὸ γένος ἀνήκουν οἱ ἦχοι πρῶτος καὶ τέταρτος καὶ οἱ πλάγιοί τους, στὸ χρωματικὸ γένος ἀνήκουν ὁ ἦχος δεύτερος καὶ ὁ πλάγιός του, καὶ στὸ ἐναρμόνιο γένος ἀνήκουν ὁ ἦχος τρίτος καὶ ὁ ἦχος βαρὺς.

<sup>27</sup>. Αὐτόθι, κεφ. 11, σελ. 370,24 κέ.: λέγει γὰρ οὗτος [ὁ Ἀριστόξενος] ταυτὶ κατὰ λέξιν ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν ἀρμονικῶν αὐτοῦ στοιχείων πρὸς τοὺς τοιοῦτους, ὡς ἔστιν ὑπονοεῖν, πλαγίως πως τὸν λόγον ἀποτείνόμενος: «ἔστι δὴ τὸ μὲν ὄλον ἡμῖν <ἢ> θεωρία περὶ μέλους παντὸς μουσικοῦ τοῦ γινομένου ἐν φωνῇ τε καὶ ὀργάνοις. ἀνάγεται δ' ἢ πραγματεία εἰς δύο, εἷς τε τὴν ἀκοὴν καὶ εἰς τὴν διάνοιαν. τῇ μὲν ἀκοῇ κρίνομεν τὰ τῶν διαστημάτων μεγέθη, τῇ δὲ διανοίᾳ θεωροῦμεν τὰς τούτων δυνάμεις. δεῖ οὖν ἐπεθισθῆναι ἕκαστα ἀκριβῶς κρίνειν. οὐ γὰρ ἔστιν ὡσπερ ἐπὶ τῶν (σελ. 374) διαγραμμάτων εἶθισται λέγεσθαι: ἔστω τοῦτο εὐθεῖα γραμμῆ, —οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν διαστημάτων εἰπόντα ἀπηλλάχθαι [δεῖ]. ὁ μὲν γὰρ γεωμέτρης οὐδὲν χρῆται τῇ τῆς αἰσθήσεως δυνάμει, οὐ γὰρ ἐθίζει τὴν ὄψιν οὔτε τὸ εὐθὺ οὔτε τὸ περιφερὲς οὔτ' ἄλλο οὐδὲν τῶν τοιούτων οὔτε φαύλως οὔτ' εὖ κρίνειν, ἀλλὰ μᾶλλον ὁ τέκτων καὶ ὁ τορνευτῆς καὶ ἕτεραί τινες τῶν τεχνῶν περὶ ταῦτα πραγματεύονται· τῷ δὲ μουσικῷ σχεδόν ἔστιν ἀρχῆς ἔχουσα τάξιν ἢ τῆς αἰσθήσεως ἀκρίβεια· οὐ γὰρ ἐνδέχεται φαύλως αἰσθανόμενον εὖ λέγειν περὶ τούτων, ὧν μηδὲνα τρόπον αἰσθάνεται.

τῆς Ἀστρονομικῆς Τριβίβλου του (1361) ἐκθειάζει τὴν ἀστρονομία, ἡ ὁποία κάνει τοὺς ἀνθρώπους νὰ αἰσθάνονται ὅτι δὲν πατοῦν στὴ γῆ. Γράφει, δηλαδή, ὅτι ἡ ἀστρονομία «δημαγωγὸς οὐρανίους καὶ σοφιστὰς ἐν αἰθέρι τοὺς ἀνθρώπους ποιούσα μηκέτ' ἐπιπαύειν γαίης ποσὶ δοκοῦντας ὅταν ἄστρον κατὰ νοῦν ἀμφιδρόμους ἰχνεύωσιν ἔλικας».<sup>28</sup>

Εἶναι ἀξιοσημείωτο, ὅτι ὁ Μελιτηνιώτης ἀφιερώνει ὁλόκληρο κεφάλαιο στὴν αἰτιολόγηση τῶν σφαλμάτων στὶς θέσεις τῶν πλανητῶν, δηλαδή τῶν διαφορῶν μεταξὺ αὐτῶν οἱ ὁποῖες μετροῦνται κατὰ τὶς ἀστρονομικὲς παρατηρήσεις καὶ ἐκείνων οἱ ὁποῖες ὑπολογίζονται θεωρητικῶς βάσει τῆς *Μαθηματικῆς Συντάξεως* καὶ τῶν *Προχείρων Κανόνων* τοῦ Πτολεμαίου.<sup>29</sup> Κατ' ἀρχὴν παραθέτει αὐτολεξεῖ (κατὰ λέξιν ὠδί) ἓνα ἐδάφιο ἀπὸ τὸν Πτολεμαῖο (Βιβλ. Θ', κεφ. β), ὅπου αὐτὸς ἀναφέρει ὅτι τέτοιο σφάλμα, ἀκόμα καὶ ἂν εἶναι μικρὸ στὴν ἀρχή, ὅποτε δὲν θεωρεῖται ἀξιόλογο, μὲ τὴν πάροδο τοῦ χρόνου καθίσταται ἀξιόλογο, διότι αὐξάνει διαρκῶς ἡ τιμὴ του, καθὼς αὐτὸ τὸ σφάλμα διαρκῶς προστίθεται (*συνεπιτίθεται*), μὲ ἀποτέλεσμα νὰ καθιστᾶ ἀβεβαία τὴν πρόρρηση τῆς ἀκριβοῦς θέσεως τῶν πλανητῶν στὸν οὐρανό.<sup>30</sup> Κατὰ τὸν Μελιτηνιώτη, τὸ μέγεθος αὐτῶν τῶν σφαλμάτων ὀφείλεται ἀφ' ἐνὸς στὸ χρονικὸ διάστημα τῶν 1200 καὶ πλέον ἐτῶν τὰ ὁποῖα παρήλθαν ἀπὸ τὸν Πτολεμαῖο ἕως τοὺς δικούς του χρόνους (*ἐπεὶπερ ὁ μὲν ἀπὸ Πτολεμαίου χρόνος μέχρι τοῦ καθ' ἡμᾶς χιλιάδι τε καὶ δυσὶν ἑκατοντάσι καὶ ἔτι πρὸς ἤδη μετρεῖται*), καὶ ἀφ' ἑτέρου στὴν «τῶν τηρήσεων ἀσθένειαν»!<sup>31</sup>

Εἶναι ἐξ ἴσου ἀξιοσημείωτο, ὅτι στὸ ἴδιο κεφάλαιο, ὁ Μελιτηνιώτης θέτει τὸ θέμα τῶν ὀρίων τοῦ μεγέθους τοῦ ἀστρολαβικοῦ ὄργανου καὶ τῆς ἀκριβείας τῶν παρατηρήσεων. Κατ' αὐτόν, ἀκόμα καὶ ἂν κατασκευάζαμε ἓνα τεράστιον ἀστρολάβον, πάλιν «ἀεὶ κατὰ τὰς τηρήσεις βραχυτάτω μορίῳ τοῦ ἀσφαλοῦς διαπταίμεν», τὸ ὁποῖο «κατὰ τε τὸν τῆς τηρήσεως χρόνον καὶ μέχρι τινὸς ἀπαράλλακτον μένει διὰ τὸ τῆς διαφορᾶς ἐλάχιστον, ἐν δὲ χρόνοις πολλοῖς, αἰσθητὸν γίνεται καὶ διαφορὰν ἀξιόλογον ἐμποιεῖ πρὸς γε δὴ τὰ ὀρώμενα». Γι' αὐτό, γράφει, ὅτι πρέπει μέσῳ ὅσον τὸ δυνατόν ἀκριβεστέρων παρατηρήσεων νὰ διορθώνουμε τὰ θεωρητικὰ δεδομένα, ὅπως ἀκριβῶς ἔκανε ὁ Ἰππάρχος γιὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς τῶν ἀρχαιοτέρων, καὶ ὁ Πτολεμαῖος γιὰ ἐκείνους τοῦ Ἰππάρχου.<sup>32</sup> Αὐτὸ ἀκριβῶς θὰ

<sup>28</sup>. R. Leurquin, *Théodore Méliénote, Tribiblos Astronomique, Livre I (Corpus des Astronomes Byzantins 4)*, Amsterdam, Gieben, 1990, στ. 82-284· ἐδῶ Βίβλος Α', εἰσαγ., στ. 40-43.

<sup>29</sup>. R. Leurquin, *Théodore Méliénote, Tribiblos Astronomique, Livre II (Corpus des Astronomes Byzantins 5-6)* (= *Μελιτηνιώτης II*), Amsterdam, Hakkert, 1993, στ. 8-598· ἐδῶ Βίβλος Β', στ. 83-88 (τίτλ.) κεφ. κε'.

<sup>30</sup>. *Μελιτηνιώτης II*, Βίβλος Β', κεφ. 25, στ. 99-117.

<sup>31</sup>. *Αὐτόθι*, στ. 19-22.

<sup>32</sup>. *Αὐτόθι*, στ. 29-46: Οὐδὲ γὰρ δυνατόν ἐστι, κἂν ὅτι πλεῖστον τῷ μεγέθει μέγιστον τὸ πρὸς τὰς τηρήσεις ὄργανον κατασκευάσωμεν, ἀκριβῶς καὶ ἀδιαπτῶτως καταλαβεῖν τὸ τηρούμενον, ἀλλ' ἀεὶ κατὰ τὰς τηρήσεις βραχυτάτω μορίῳ τοῦ ἀσφαλοῦς διαπταίμεν, ἐπεὶ μὴ δ' αὐτὸ δυνατόν ἐστι τὸ τοσοῦτω μέγιστον τῷ μεγέθει τὸν ἀστρολάβον κατασκευῆσαι ὥστε διαιρεθῆναι εἰς τὰ ὑποκείμενα τοῦ μεγίστου τῶν ἐν τῷ οὐρανῷ κύκλου τμήματα, μοίρας λέγω καὶ τὰ τούτων μέρη ὅπερ δὴ βραχυτάτον μόριον πρὸς αἴσθησιν κατὰ τε τὸν τῆς τηρήσεως χρόνον καὶ μέχρι τινὸς ἀπαράλλακτον μένει διὰ τὸ τῆς διαφορᾶς ἐλάχιστον, ἐν δὲ χρόνοις πολλοῖς, αἰσθητὸν γίνεται καὶ διαφορὰν ἀξιόλογον ἐμποιεῖ πρὸς γε δὴ τὰ ὀρώμενα. Δεῖ τοιγαροῦν τηρικαῦτα διὰ τῶν ὅσον δυνατόν ἀσφαλεστάτων

προσπαθήσει νὰ κάνει καὶ αὐτός, παρὰ τὶς βαρύτατες ὑποχρεώσεις του πρὸς τὴν Ἐκκλησία, οἱ ὁποῖες —ὅπως ἀκριβῶς γράφει— δὲν τὸν ἀφήνουν οὔτε νὰ ἀναπνεύσει, καὶ παρὰ τὶς κεφαλαλγίες, οἱ ὁποῖες τὸν ἐμποδίζουν.<sup>33</sup> Ὅπως, ὅμως, συνάγεται ἀπὸ τὸ προοίμιο τοῦ δευτέρου βιβλίου τῆς *Τριβίβλου* του, τὸ παράπονό του εἶναι ἄλλο καὶ ἀφορᾷ στὴν πληρότητα τῶν δεδομένων του. Δηλαδή, ὅτι ἐνῶ ἀναλαμβάνει τέτοιο μεγάλο ἔργο, τὸν ὑπομνηματισμὸ τῶν *Προχείρων κανόνων* τοῦ Πτολεμαίου κατὰ ὑποδειγματικώτερον τρόπον, δὲν κατέστη δυνατὸν νὰ ἔχει στὰ χέρια του οὔτε τὴν πραγματεία τοῦ Θέωνος τοῦ Ἀλεξανδρέως (περ. 330-405) μὲ τὰ σχόλιά του ἐπὶ τῆς *Μαθηματικῆς Συντάξεως* τοῦ Πτολεμαίου,<sup>34</sup> οὔτε ἐκείνη τοῦ Πάππου τοῦ Ἀλεξανδρέως (περ. 320) περὶ αὐτῶν. Μόνον ἐξ ἀκοῆς καὶ ἀπὸ κάποια φθαρμένα σπαράγματα τὶς γνωρίζει.<sup>35</sup> Προφανῶς, τὸ μέρος τὸ ὁποῖο εἶχε στὰ χέρια του ἦταν τὸ σχετικὸ μὲ τὴ μετατροπὴ τῶν κατὰ τὸ αἰγυπτιακὸ ἡμερολόγιο μηνῶν σὲ ἐκείνους τοῦ βυζαντινοῦ ἡμερολογίου.<sup>36</sup>

Ἔτσι κυλοῦσαν οἱ αἰῶνες, ἀλλ' οὐδεὶς ἀστρονόμος Ἕλληνας, ἄραβας ἢ λατῖνος, διανοήθη νὰ ἀμφισβητήσῃ τὸ κυκλικὸ σχῆμα τῶν ἐκκέντρων ἢ τῶν ἐπικυκλικῶν πλανητικῶν τροχιῶν. Ποῦ, ὅμως, ὀφειλόταν αὐτὴ ἢ παράλογη ἔμμομη τῶν ἀστρονόμων στὶς κυκλικὲς τροχιᾶς κατὰ τὴν Ἀρχαιότητα καὶ τὸν Μεσαίωνα; Πιθανότερη ἀπάντησις εἶναι, μία πεποίθησί τους στὴν παραδοσιακὴ καὶ ἀδιαμφισβήτητη ἱερότητα τοῦ κυκλικοῦ σχήματος λόγω συνειρμῶν μὲ τὸ Θεῖον.

Νικόλαος Κοπέρνικος καὶ Ἀρίσταρχος

---

τηρήσεων ἐπανορθοῦσθαι τοὺς ἐπιλογισμούς· οὕτω γὰρ καὶ Ἰππαρχος μὲν ὁ Παμπάλαιος διωρθώσατο τοὺς τῶν παλαιωτέρων, τοὺς τοῦ Ἰππάρχου δὲ Πτολεμαῖος.

<sup>33</sup>. *Αὐτόθι*, στ. 124-128: ἡ διαπαντὸς ἀσχολία τῶν τῆς Ἐκκλησίας πραγμάτων σφοδρῶς ἐπικειμένων ἡμῖν ὡς μὴδ' ἀναπνεῖν ἔαν καὶ πρὸς γε αἰ τῆς κεφαλῆς ἀλγηδόνες καθίστανται νῦν ἐμποδῶν.

<sup>34</sup>. Θέωνος Ἀλεξανδρέως εἰς τὴν Πτολεμαίου *Σύνταξιν ὑπόμνημα*: A. Rome, *Théon d'Alexandrie, Commentaire sur les livres 1-2, 3-4 de l'Almageste* (StT 72, 106), Βατικανὸ 1936, 1943. [Θέωνος Ἀλεξανδρέως] *Ἐπίμνημα εἰς τοὺς Προχείρους Πτολεμαίου κανόνας*: J. Mogenet – A. Tihon, *Le «Grand Commentaire» de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée, Livre I* (StT 315), Βατικανὸ 1985· *Livres II et III* (ἔκδ. A. Tihon) (StT 340), Βατικανὸ 1991· τῆς ἰδίας, *Le «Petit Commentaire» de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée* (hist. du texte, édition critique, traduction) (StT 282), Βατικανὸ 1978.

<sup>35</sup>. *Μελητινιώτης II*, Βιβλ. Β', προοίμ., στ. 14-26: ὑπομνηματισάμενοι καὶ τὰς τῶν Προχείρων Κανόνων ψηφηφορίας ὑποδειγματικώτερον καὶ συμφωνούσας καθάπαξ αὐταῖς δεικνύντες— συγγνώμονας αἰτοῦμεν γενέσθαι τοὺς ἐντυγχάνοντας, εἴ τί που καὶ ἡμᾶς, ἀνθρώπους τε ὄντας καὶ ἅμα πλείστον ὅσον μαθηματικῆς θεωρίας ἀφεστηκότας, περὶ τηλικούτων διαλαμβάνοντας λέληθε τῷ μὴ δ' εἰς ἡμᾶς διεληλυθέναι τὴν τοῦ Θέωνος ἐξηγουμένου τὴν τῆς Συντάξεως βίβλον πραγματεῖαν ἀρίστην καὶ πρὸς γε τὴν ἦν Πάππος συγγεγραφήκει διαλεγόμενος περὶ τῶν αὐτῶν, ἀκοῆ μόνῃ παρεληφότας, εἰ δὲ καὶ τισι τούτων τεμαχίοις περιτετυχηκότας ἀλλὰ καὶ τούτοις ὀλίγοις πάνυ καὶ τὰ πολλὰ διεφθαρμένοις ὅτι πλείσταις γραφικαῖς ἀμαρτίαις.

<sup>36</sup>. *Αὐτόθι*, κεφ. 19, στ. 170-172: Ἔνεστι μέντοι καὶ ἑτέρως ποιεῖσθαι τὴν τῶν μηνῶν ἐπισύνθεσιν, ὡς διδάσκουσι Πάππος τε καὶ Θέων ἐν ταῖς τῆς Συντάξεως ἐρμηνείαις.

Τὸν 16<sup>ov</sup> αἰῶνα, λίγο προτοῦ πεθάνει, τὸ 1543, ὁ Πολωνὸς μοναχὸς Κοπέρνικος (1473-1543) ἐξέδωσε τὸ σύγγραμμά του «*De revolutionibus orbium coelestium*» (Περὶ τῆς περιφορᾶς τῶν οὐρανίων σφαιρῶν) ὅπου τὴν κεντρικὴ θέση κατέχει ὁ Ἥλιος. Οἱ περισσότεροι θεωροῦν τὸν Κοπέρνικο ὡς τὸν εἰσηγητὴ τῆς νέας ἀστρονομίας. Ὅμως ἡ ἀλήθεια εἶναι πολὺ διαφορετικὴ: ὁ Κοπέρνικος ὑπῆρξε ὁ τελευταῖος «πτολεμαϊκός» ἀστρονόμος<sup>37</sup> ὡς πρὸς τὸ γεωμετρικὸ μοντέλο του μὲ τὸς κύκλους καὶ τὸς ἐπικύκλους (καὶ μάλιστα περισσοτέρους ἀπὸ ἐκείνους τοῦ Πτολεμαίου<sup>38</sup>), μὲ ὅλες τὶς ἀριθμητικὲς παραμέτρους ληφθεῖσες πιθανώτατα ἀπὸ τὸ ἔργο τοῦ ἄραβος ἀστρονόμου Ibn Ash Shatir (1304-1376),<sup>39</sup> καὶ τὴν οἰκειοποίησιν ἐκ μέρους του τῆς «ἡλιοκεντρικῆς ὑποθέσεως» τοῦ Ἀριστάρχου τοῦ Σαμίου, ἀποσιωπώντας τὴν πηγὴ τῆς ἐμπνεύσεώς του στὴν ἔκδοσιν τοῦ ἔργου του. Εὐτυχῶς, ὅμως, γιὰ τὴν ἱστορία σώζεται τὸ ἰδιόχειρο χειρόγραφο του μὲ ὅλη τὴν ἀναφερομένη στὸν Ἀρίσταρχο παράγραφον, τὴν ὁποία ὁ Κοπέρνικος διέγραψε ἐν ὄψει τῆς ἐκδόσεως τοῦ ἔργου του.<sup>40</sup>

Ἡ παρατήρησις μὲ τηλεσκόπιον τεσσάρων ἀπὸ τὸς δορυφόρους τοῦ Διὸς ἀπὸ τὸν Γαλιλαῖο (1564-1642) τὸν Ἰανουάριον τοῦ 1610, δημιούργησε πολλὰ ἐρωτήματα γιὰ τὴν δομὴν τοῦ κόσμου καὶ τὴν θέσιν τῆς Γῆς σὲ αὐτόν, ἐρωτήματα καὶ ἀπαντήσεις ἀπαγορευμένα ἀπὸ τὴν Ἱερὰ Ἐξέτασιν. Ὁ Γαλιλαῖος μόλις γλύτωσε τὴν πυρὰ τὸ 1633, ἀλλὰ ἔμεινε παροιμιώδης ἡ φράσις, ἡ ὁποία τοῦ ἀποδίδεται: «Καὶ ὅμως κινεῖται» (ἢ Γῆ). Ἀπὸ τὴν ἄλλη πλευρὰ, ὁ Κέπλερ (1571-1630), ἐξάριτος γνώστης τῆς ἑλληνικῆς γεωμετρίας καὶ ἰδιαιτέρως τῶν ἔργων τοῦ Ἀπολλωνίου καὶ τοῦ Ἀρχιμήδους, διατύπωσε σὲ δύο φάσεις — τὸ 1609 καὶ τὸ 1618 — τὸς τρεῖς νόμους γιὰ τὴν κίνησιν τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον, μελετώντας τὴν κίνησιν τοῦ πλανήτου Ἄρεως. Ὅμως, οἱ γεωμετρικῶς διατυπωμένοι νόμοι του δὲν σήμαιναν τίποτα ἄλλο παρὰ μιὰ «ἡλιοκεντρικὴ ὑπόθεσις». Αὕτη ἡ «ὑπόθεσις» ἔγινε τελικῶς ἀποδεκτὴ ὡς «πραγματικότης», μόνον μετὰ τὴν διατύπωσιν τοῦ νόμου τῆς παγκοσμίου ἔλξεως τὸ 1687 ἀπὸ τὸν Νεύτωνα (1642-1727), κατὰ τὸν ὁποῖον δύο σώματα ἔλκονται ἀναλόγως τῶν μαζῶν τους καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς

<sup>37</sup>. A. Koestler, *The Sleepwalkers, A History of Man's Changing Vision of the Universe*, 1959, Pelican Books, 1977, σελ. 203: Apart from the twenty-seven observations of his own, the entire Copernican system was based on the observational data of Ptolemy, Hipparchus, and other Greek and Arab astronomers, whose statements he had uncritically accepted as Gospel truth, never pausing to consider the possibility of errors committed by careless scribes and translators in those notoriously corrupt texts, nor of mistakes and the doctoring of figures by the ancient observers themselves.

<sup>38</sup>. *Αὐτόθι*, σελ. 194-195: At the end of his *Commentariolus*, Copernicus had announced: «altogether, therefore, thirty-four circles suffice to explain the entire structure of the universe and the entire ballet of the planets.» ... In fact, Copernicus uses altogether forty-eight epicycles — if I counted them correctly. Moreover, Copernicus had exaggerated the number of epicycles in the Ptolemaic System. Brought up to date by Peurbach in the fifteenth century, the number of circles required in the Ptolemaic system was not eighty, as Copernicus said, but forty.

<sup>39</sup>. O. Pedersen, *Early Physics and Astronomy, A Historical Introduction*, Cambridge UP, revised ed. 1993, σελ. 239-245, 271-277.

<sup>40</sup>. Copernicus' *On the revolutions* (The manuscript), *Complete works*, vol. I, Polish scien. Pub. 1972, fol. 11v: Credibile est hisce similibusque causis Philolaum mobilitatem terrae sensisse, quod etiam nonnulli Aristarchum Samium ferunt in eadem fuisse sententia.

μεταξύ τους απόστασεως. Βάσει τοῦ νόμου τῆς βαρύτητος, ὁ τεράστιος Ἥλιος ἀσκεῖ πολὺ μεγαλύτερη ἔλξη πρὸς τὴ Γῆ καὶ τοὺς ἄλλους πλανῆτες, ἀπὸ ὅσον αὐτοὶ ἐπάνω του, καὶ τοὺς ἀναγκάζει νὰ περιφέρονται γύρω του.

Καὶ ἐνῶ στὴ Δύση συνέβαιναν αὐτά, στὴν καθ' ἡμᾶς Ἀνατολή, παρὰ τὴν Τουρκοκρατία, λόγιοι κληρικοὶ ξενιτεύονταν, σπούδαζαν καὶ ἐπέστρεφαν κομίζοντας τὶς νέες ἐπιστημονικὲς ἰδέες στὰ Βαλκάνια. Περιορίζομαι νὰ ἀναφέρω μόνον τὸν σπουδαῖο Νικόλαο Κυριακοῦ Ζερζούλη (περὶ τὸ 1706-1772) ἐκ Μετσόβου, ὁ ὁποῖος σπούδασε στὴν Ἰταλία φιλοσοφία, μαθηματικὰ καὶ ἰατρικὴ, καὶ μεταξὺ ἄλλων διετέλεσε σχολάρχης στὴν Ἀθωνιάδα Σχολὴ καὶ τελικῶς σὲ ἐκείνη τοῦ Ἰασίου ἀπὸ τὸ 1766 ἕως τὸν θάνατό του. Τὸ πλούσιο μεταφραστικὸ ἔργο του περιλαμβάνει ἔργα τῶν μεγαλυτέρων φιλοσόφων-ἐπιστημόνων τῆς ἐποχῆς του, ὅπως π.χ. τοῦ ἄγγλου Νεύτωνος καὶ τοῦ γερμανοῦ Κρίστιαν Βόλφφ (Christian Wolff, 1679-1754). Ὁ Χ. Καρανάσιος ἐντόπισε τὸ παλαιότερο χειρόγραφο μὲ τὴν πρώτη μετάφραση τῆς Φυσικῆς τοῦ Νεύτωνος ἀπὸ τὸν Ζερζούλη στὴν Πανεπιστημιακὴ Βιβλιοθήκη «Μιχ. Ἐμινέσκου» τοῦ Ἰασίου, τὸ ὁποῖο καὶ περιέγραψε.<sup>41</sup> Ὁ κώδικας, χρονολογούμενος στὸ ἔτος 1760 (φ. 109<sup>α</sup>), ἀποδεικνύει ὅτι ὁ Ζερζούλης ἤδη τότε δίδασκε στοιχεῖα τῆς φυσικῆς θεωρίας τοῦ «ἀγχινουστάτου καὶ μέγα ἐπὶ σοφία κεκτημένου ὄνομα Ἰσαάκ τοῦ Νευτόνου ... ἑλληνιστὶ ἐκδοθέντα ... ἤδη πρῶτον παρ' αὐτοῦ ἐν ἐλλάδι φωνῇ τοῖς ἐλλήνων παισὶ καὶ ἑαυτοῦ μαθηταῖς ἐν Ἀγίῳ Ὄρει παραδοθέντα». Μάλιστα ὁ ἴδιος βάσει τοῦ νόμου τῆς βαρύτητος ἐξηγεῖ, ὅτι «βαρύτες ἐν σελήνῃ καὶ βαρύτες ἐν γῆ ἐν διπλασίονι ἀντεστραμμένῳ λόγῳ τῶν ἀποστάσεων ἐστὶ».<sup>42</sup> Ἐνδιαμέσως, ὁ ἴδιος κώδικας περιλαμβάνει ἕνα ἀκόμη ἀπόγραφο τῶν Στοιχείων Γεωμετρίας τοῦ Christian Wolff σὲ ἐλληνικὴ μετάφραση ἀπὸ τὸν Ζερζούλη (φ. 80<sup>α</sup>-145<sup>β</sup>).

Νομίζω, ὅτι ἀπὸ αὐτὰ τὰ λίγα ἀλλὰ χαρακτηριστικὰ παραδείγματα ἐλλήνων κληρικῶν-ἐπιστημόνων τοῦ μεσαιωνικοῦ καὶ νεωτέρου ἑλληνισμοῦ, τὰ ὁποῖα ἀνέφερα, μποροῦμε νὰ κατανοήσουμε τὸ μέγεθος τῆς συμβολῆς τοῦ ὀρθοδόξου κλήρου τόσο στὴ διάσωση τῆς ἀρχαίας ἐλληνικῆς ἐπιστήμης κατὰ τὴ βυζαντινὴ ἐποχὴ, ὅσο καὶ τὴ γνώση καὶ ἀποδοχὴ τῶν νέων θεωριῶν τῆς «ἐπιστημονικῆς ἐπαναστάσεως» τοῦ 17<sup>ου</sup> αἰῶνος. Ἡ συνολικὴ προσφορά τους ἀξιολογεῖται ἀκόμη περισσότερο, ἂν λάβουμε ὑπόψιν ὅτι δὲν κρατοῦσαν τὶς γνώσεις τους δι' ἑαυτοὺς, ἀλλὰ τὶς μετέδιδαν διδάσκοντας τοὺς μαθητές τους, καὶ γιὰ τὴν ἐπιτυχία τῆς ἀποστολῆς τους ὡς διδασκάλων, ὑποβάλλοντο σὲ μεγάλους κόπους συγγραφῆς ἰδίων ἔργων, ἢ ἀντιγραφῆς ἀρχαιοτέρων, ἢ μεταφράσεως ξενογλώσσων ἐπιστημονικῶν ἔργων. Ἄς τοὺς εἴμαστε λοιπὸν εὐγνώμονες γιὰ τὴ μεγάλη προσφορά τους στὸν ἑλληνισμό καὶ τὴν ἐπιστήμη.

<sup>41</sup>. Λ. Γ. Μπενάκης, «Νικόλαος Ζερζούλης, μεταφραστὴς τῶν μαθηματικῶν ἔργων τοῦ Christian Wolff», Ὁ Ἑρανιστής, τ. 20/1995, 47-57, ἐδῶ σ. 49, σημ. 5.

<sup>42</sup>. Λ. Γ. Μπενάκης, «Ἡ διδασκαλία τῆς Φυσικῆς τοῦ Νεύτωνος κατὰ Musschenbroek ἀπὸ τὸν Νικόλαο Ζερζούλη στὴν Ἀθωνιάδα Ἀκαδημία. Ἀνέκδοτο χειρόγραφο τοῦ 1760», Ἡ Νευτώνεια φυσικὴ καὶ ἡ διάδοσή της στὸν εὐρύτερο βαλκανικὸ χῶρο, Πρακτικὰ διεθνοῦς ἐπιστημονικοῦ συμποσίου, ἐπιμ. Γ. Ν. Βλαχάκης, Ἀθήνα, 17-18 Δεκεμβρίου 1993, ΚΝΕ/ΕΙΕ, Ἀθήνα 1996, 157-169, ἐδῶ σελ. 160, 161, 164, 165.